

2018~2019学年天津河西区天津市第四中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共8题，每小题3分，共计24分）

1. 下列命题中，正确的个数是（ ）.

①单位向量都相等

②模相等的两个平行向量是相等向量

③若 $\vec{a} // \vec{b}$, $\vec{b} // \vec{c}$, 则 $\vec{a} // \vec{c}$

④ $\vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

⑤若 $\vec{a} = \vec{b}$ 则 $\vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c}$

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

2. 满足条件 $a = 17$, $b = 24$, $A = 45^\circ$ 的解个数是（ ）.

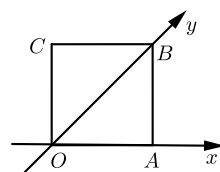
A. 0

B. 1

C. 2

D. 不确定

3. 正方形 $OABC$ 边长为1, 它是水平放置的一个平面图形的直观图, 则原图形的面积为（ ）.



A. $2\sqrt{2}$

B. 1

C. $\sqrt{2}$

D. $2(1 + \sqrt{2})$

4. 已知 m , n 表示两条不同直线, α 表示平面, 下列说法正确的是（ ）.

A. 若 $m // \alpha$, $n // \alpha$, 则 $m // n$

B. 若 $m // \alpha$, $m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$

C. 若 $m \perp \alpha$, $m \perp n$, 则 $n // \alpha$

D. 若 $m \perp \alpha$, $n \subset \alpha$, 则 $m \perp n$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $b = 1$, $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$, 则 $\frac{a - 2b + c}{\sin A - 2\sin B + \sin C}$ 的值等于（ ）.

A. $\frac{26}{3}\sqrt{3}$

B. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$

C. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

6. 圆锥侧面展开图是面积为 2π 的半圆面, 则圆锥母线与旋转轴所成角为（ ）.

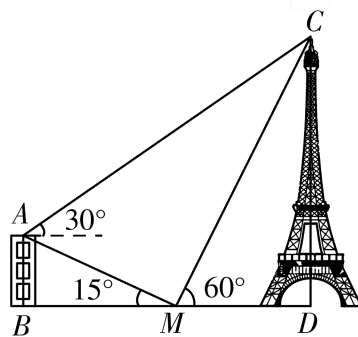
A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 75°

7. 如图，一栋建筑物 AB 的高为 $(30 - 10\sqrt{3})\text{m}$ ，在该建筑物的正东方向有一个通信塔 CD ，在它们之间的地面点 M (B, M, D 三点共线) 处测得楼顶 A ，塔顶 C 的仰角分别是 15° 和 60° ，在楼顶 A 处测得塔顶 C 的仰角为 30° ，则通信塔 CD 的高为 () .



- A. 30m B. 60m C. $30\sqrt{3}\text{m}$ D. $40\sqrt{3}\text{m}$

8. 设 $\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形， M 是 $\triangle ABC$ 所在平面上的一点，且满足 $\overrightarrow{MA} + 2\lambda\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CA}$ ，则当 $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC}$ 取最小值时， λ 的值为 () .

- A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. 2

二、填空题 (本大题共6题，每小题4分，共计24分)

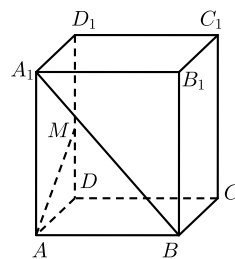
9. 已知 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是 60° ，则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱垂直于底面，且 $AB \perp BC$, $AB = BC = AA_1 = 2$ ，若该三棱柱的所有顶点都在同一球面上，则该球的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

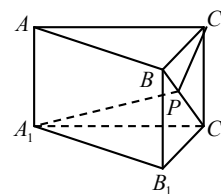
11. 若向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = \sqrt{5}$, $\vec{b} = (1, -3)$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 平行四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 O ， E 是线段 OB 的中点， CE 的延长线与 AB 交于点 F ，若 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$ ，则 $\overrightarrow{CF} = \underline{\hspace{2cm}}$. (用 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示)

13. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1 = 2$, $AB = BC = 1$ ，点 M 为侧棱 DD_1 的中点，则异面直线 A_1B 与 AM 所成角的余弦值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14. 如图1, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面为直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = CC_1 = \sqrt{2}$. P 是 BC_1 上一动点, 则 $CP + PA_1$ 的最小值为 _____ .



三、解答题 (本大题共6题, 共计52分)

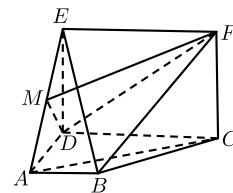
15. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, \lambda)$, $\vec{c} = (-3, 2)$.

- (1) 若 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 共线, 求实数 λ 的值.
- (2) 求 $\vec{c}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影.
- (3) 若 $k\vec{a} + \vec{c}$ 与 $\vec{a} - 2\vec{c}$ 垂直, 求实数 k 的值.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a , b , c , 角 A 为锐角, 已知 $\cos 2A = -\frac{7}{9}$, $c = 3$, $\sin A = \frac{2}{3}\sqrt{6} \sin C$.

- (1) 求 $\sin A$ 与 a 的值.
- (2) 求 b 的值及三角形面积.

17. 如图, 已知矩形 $CDEF$ 和直角梯形 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $\angle ADC = 90^\circ$, $DE = DA$, M 为 AE 的中点.



(1) 求证: $AC \parallel$ 平面 DMF .

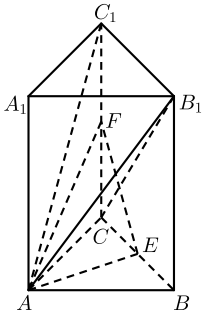
(2) 求证: $BE \perp DM$.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $b - c = 4$, $\cos A = \frac{2}{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{5}$.

(1) 求 a 边的长度.

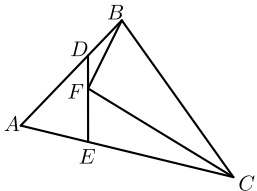
(2) 求 $\cos\left(2A - \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

19. 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BB_1 \perp$ 平面 ABC , $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = AB = 2$, $AA_1 = 2\sqrt{2}$, E 、 F 分别是 BC 、 C_1C 的中点.



- (1) 求证: $AE \perp B_1C$.
- (2) 求证: $B_1C \perp$ 平面 AEF .
- (3) 求三棱锥 $C_1 - ACB_1$ 的体积.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 2$, $AC = 3$, $\angle BAC = 60^\circ$, 点 D , E 分别在边 AB , AC 上, 且 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AE}$, 点 F 是线段 DE 上的动点.



- (1) 若 $\overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{DE}$, $\lambda \in [0, 1]$, $\lambda \in \mathbf{R}$, 以向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$ 为基底, 分别表示向量 $\overrightarrow{BF}$ 和 $\overrightarrow{CF}$.
- (2) 求 $\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{CF}$ 的取值范围.